

SONLI QATORLARNI O'QITISHDA YAQINLASHUV ALOMATLARINI TANLASH VA QARSHI MISOLLARDAN FOYDALANISH METODIKASI

K.O.Ismatova¹

Mas'ul muallif: Ismatova Kamola
Otabek qizi, Osiyo xalqaro
universiteti "Aniq fanlar va raqamli
texnologiyalar" kafedrası
o'qituvchisi.

e-mail:
kamolaismatova2628@gmail.com

Accepted: 13 Sentabr 2026

Published: 13 Sentabr 2026

Copyright: © 2026 by the
author(s). Licensee Buxoro xalqaro
universiteti ilmiy axborotnomasi.

Iqtibos uchun: Ismatova, K. O.
SONLI QATORLARNI O'QITISHDA
YAQINLASHUV ALOMATLARINI
TANLASH VA QARSHI
MISOLLARDAN FOYDALANISH
METODIKASI / K. O. Ismatova //
Buxoro xalqaro universiteti ilmiy
axborotnomasi. — 2026. — T. 9, №
1. — B. 169–179.

1. Osiyo xalqaro universiteti "Aniq fanlar va raqamli texnologiyalar" kafedrası o'qituvchisi

Annotatsiya. Maqolada oliy ta'limda sonli qatorlarning yaqinlashuvini o'rganish va o'qitish metodikasini takomillashtirish masalasi ko'rib chiqiladi. Taklif etilayotgan yondashuvda yaqinlashuv alomatlarini tayyor algoritm sifatida ketma-ket qo'llash emas, balki qator umumiy hadining matematik tuzilishini tahlil qilish asosida mos tekshirish usulini tanlash ustuvor hisoblanadi. Shu nuqtai nazardan, talabalarda ko'p uchraydigan metodik xatolar tizimlashtirilib, ularning uchta asosiy ko'rinishi ajratib ko'rsatiladi. Birinchisi, qator umumiy hadining nolga intilishini yaqinlashuv uchun yetarli shart sifatida noto'g'ri talqin qilish; ikkinchisi, qo'llangan alomat chegaraviy yoki noaniq natija berganda qatorning uzoqlashishi haqida asossiz xulosa chiqarish; uchinchisi esa taqqoslash usulida tengsizlik va xulosa chiqarish yo'nalishlarini noto'g'ri qo'llash bilan bog'liq. Mazkur holatlarning matematik mohiyatini ochib berishda garmonik va -qatorlar, ratsional hamda logarifmik hadlardan tashkil topgan qatorlar, shuningdek, ishorasi almashinuvchi qatorlarga asoslangan qarshi misollardan foydalanish metodikasi taklif qilinadi. Qator umumiy hadining algebraik va funksional xususiyatlari bilan unga mos yaqinlashuv alomati o'rtasidagi bog'liqlik tizimlashtirilib, alomatni maqsadga muvofiq tanlashga xizmat qiluvchi jadval shakllantiriladi. Taklif etilgan metodik model to'rt o'zaro bog'langan bosqichga asoslanadi: qator umumiy hadining strukturasi aniqlash, ushbu strukturaga mos yaqinlashuv alomatini asosli ravishda tanlash, tanlangan alomatning qo'llanish shartlarini tekshirish hamda olingan xulosani boshqa alomat yoki qarshi misol yordamida nazorat qilish. Bunday tashkil etish talabani faqat hisoblash amallarini bajarishga emas, balki qaysi alomatni nima sababdan tanlash, uning qo'llanish chegaralarini tushuntirish va chiqarilgan matematik xulosani asoslashga yo'naltiradi. Natijada sonli qatorlar mavzusini o'qitishda protseduraviy yondashuvdan strukturaviy tahlil, ongli tanlov va matematik argumentatsiyaga asoslangan faoliyatga o'tish uchun metodik asos yaratiladi.

Kalit so'zlar: sonli qatorlar, yaqinlashish va uzoqlashish, yaqinlashuv mezonlari, qator hadining strukturaviy tahlili, qarshi misol, garmonik qator, -qator, taqqoslash usuli, Dalamber alomati, Koshi alomati, shartli yaqinlashuv, matematik argumentatsiya.

METHODOLOGY FOR SELECTING CONVERGENCE TESTS AND USING COUNTEREXAMPLES IN TEACHING NUMERICAL SERIES

Аннотация. В статье рассматривается проблема совершенствования методики изучения и преподавания сходимости числовых рядов в высших учебных заведениях. В предлагаемом подходе приоритет отдаётся не последовательному применению признаков сходимости в качестве готовых алгоритмов, а выбору соответствующего метода исследования на основе анализа математической структуры общего члена ряда. С этой точки зрения систематизированы наиболее часто встречающиеся у студентов методические ошибки и выделены три их основных вида. Первый связан с ошибочной интерпретацией стремления общего члена ряда к нулю как достаточного условия сходимости; второй — с необоснованным выводом о расхождении ряда в случае, когда применённый признак даёт предельный или неопределённый результат; третий — с неправильным использованием направления неравенств и логики вывода при применении признака сравнения. Для раскрытия математической сущности указанных ситуаций предлагается методика использования системы контрпримеров, основанной на гармоническом и -рядах, рядах с рациональными и логарифмическими членами, а также знакопередающих рядах. Систематизируется взаимосвязь между алгебраическими и функциональными особенностями общего члена ряда и соответствующим признаком сходимости, на основе чего формируется таблица, позволяющая осуществлять обоснованный выбор необходимого признака. Предлагаемая методическая модель основывается на четырёх взаимосвязанных этапах: определении структуры общего члена ряда, обоснованном выборе соответствующего этой структуре признака сходимости, проверке условий применимости выбранного признака и контроле полученного вывода с помощью альтернативного признака или контрпримера. Такая организация учебной

деятельности ориентирует студента не только на выполнение вычислительных операций, но и на понимание того, какой признак и по какой причине следует выбрать, каковы границы его применимости и каким образом необходимо обосновать полученный математический вывод. В результате создаётся методическая основа для перехода при изучении темы числовых рядов от процедурного подхода к деятельности, основанной на структурном анализе, осознанном выборе метода и математической аргументации.

Ключевые слова: числовые ряды, сходимость и расходимость, признаки сходимости, структурный анализ общего члена ряда, контрпример, гармонический ряд, -ряд, признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, условная сходимость, математическая аргументация.

METHODOLOGY FOR SELECTING CONVERGENCE TESTS AND USING COUNTEREXAMPLES IN TEACHING NUMERICAL SERIES

Abstract. This article addresses the improvement of methods for teaching and learning the convergence of numerical series in higher education. The proposed approach prioritizes the selection of an appropriate convergence test based on an analysis of the mathematical structure of the general term of a series, rather than the mechanical sequential application of convergence tests as ready-made algorithms. From this perspective, the most common methodological errors made by students are systematized and classified into three main types. The first is the incorrect interpretation of the condition that the general term tends to zero as a sufficient condition for convergence; the second is the unjustified conclusion that a series diverges when the applied test yields an inconclusive or indeterminate result; and the third is the incorrect use of inequalities and logical reasoning when applying the comparison test. To clarify the mathematical nature of these issues, a methodology based on a system of counterexamples involving the harmonic series, -series, series with rational and logarithmic terms, as well as alternating series, is proposed. The relationship between the algebraic and functional properties of the general term and the corresponding convergence test is systematized, and a table is developed to facilitate the reasoned selection of an appropriate convergence test. The proposed methodological model consists of four interrelated stages: identifying the structure of the general term of the series, selecting an appropriate convergence test on the basis of this structure, verifying the conditions under which the selected test is applicable, and validating the obtained conclusion using an alternative test or a counterexample. Such an organization of the learning process encourages students not only to perform computational procedures but also to understand which convergence test should be selected and why, to recognize the limits of its applicability, and to provide a mathematically justified conclusion. As a result, the proposed approach provides a methodological basis for shifting the teaching of numerical series from procedural computation toward structural analysis, informed selection of methods, and mathematically grounded argumentation.

Keywords: numerical series, convergence and divergence, convergence tests, structural analysis of the general term, counterexample, harmonic series, -series, comparison test, ratio test (d'Alembert's test), root test (Cauchy's test), conditional convergence, mathematical argumentation.

Kirish. Sonli qatorlar mavzusi matematik analiz kursining nazariy va metodik jihatdan murakkab bo'limlaridan biri hisoblanadi. Talaba geometrik qator, -qator, taqqoslash va limitli taqqoslash alomatlari, Dalamber, Koshi, integral hamda Leybnits alomatlarini o'zlashtirgandan so'ng ham yangi qator uchun qaysi mezondan foydalanish kerakligini darhol aniqlay olmasligi mumkin. Bu holat ko'pincha formulalarni bilmaslik bilan emas, balki qator umumiy hadining algebraik va funksional tuzilishi bilan yaqinlashuv alomatining matematik mohiyati o'rtasidagi bog'lanishni yetarli darajada anglamaslik bilan izohlanadi.

p

Shuning uchun sonli qatorlarni o'qitishda asosiy vazifa alomatlarni alohida formulalar sifatida yodlatishdan ko'ra, ularni tanlash mantig'ini shakllantirishdan iborat bo'lishi lozim. Talaba qatorning umumiy hadini tahlil qilib, uning dominant qismini, darajali, faktorial, eksponentsial, logarifmik yoki ishora almashinuvchi tuzilishini aniqlashi va shundan keyingina mos yaqinlashuv alomatini tanlashi maqsadga muvofiq.

Adabiyotlar tahlili. Genç va Akıncı tomonidan bakalavriat talabalari orasida olib borilgan tadqiqot natijalari sonli qatorlar mavzusida bir qator xarakterli xatolar mavjudligini ko'rsatadi. Ular orasida yaqinlashuv alomatini noto'g'ri tanlash, alomatning qo'llanish shartlarini tekshirmaslik, taqqoslash usulining mantiqiy yo'nalishini buzish, qator va ketma-ketlik tushunchalarini aralashtirish hamda -had alomatiga ortiqcha ma'no yuklash kabi holatlar uchraydi [1]. Ayniqsa, tanlangan alomat aniq natija bermagan vaziyatni qatorning uzoqlashuvi sifatida talqin qilish talabani matematik mantiqni emas, faqat hisoblash algoritmini o'zlashtirganini ko'rsatishi mumkin.

n

Sonli qatorlarni o'qitishga oid boshqa tadqiqotlarda ham shunga yaqin metodik muammo qayd etilgan. González-Martín, Nardi va Biza universitet darsliklari va o'quv amaliyotini o'rganib, topshiriqlarning katta qismi mavjud yaqinlashuv alomatlarini texnik jihatdan qo'llashga yo'naltirilganini ko'rsatgan [2]. Biroq "Nima uchun aynan shu alomat tanlandi?", "Bu alomat qanday shartlarda ishlaydi?" yoki "Boshqa alomatdan foydalanish mumkinmi?" kabi konseptual savollarga nisbatan kamroq e'tibor qaratilishi kuzatiladi. Shu sababli yechimda faqat yakuniy natija emas, tanlangan usulning matematik asoslanishi ham muhim ahamiyat kasb etadi.

Yaqinlashuv tushunchasini shakllantirishda vizual, konseptual va muammoli yondashuvlardan foydalanish samarali ekanligi zamonaviy tadqiqotlarda ham ta'kidlangan. Elias va Dreyfus konvergensiyaning tushuntirish jarayonida vizual va raqamli vositalar talabalarning intuitiv tasavvurlarini boyitishini ko'rsatadi [8]. Heon va Mills esa cheksiz qatorlarni o'qitishda talabani matematik faoliyatga ehtiyojini yuzaga keltiradigan mazmunli topshiriqlar muhim o'rin tutishini qayd etadi [9]. Bu natijalar sonli qatorlarni faqat algoritmik mashqlar orqali emas, balki izohlash, tanlash va asoslash faoliyati orqali o'qitish zarurligini ko'rsatadi.

Mazkur muammoni oddiy misolda ko'rish mumkin. Garmonik qator

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

tenglik bajariladi. Shunga qaramay, mazkur qator uzoqlashadi. Demak, qatorning umumiy hadi nolga intilishi uning yaqinlashuvini kafolatlamaydi.

Boshqa tomondan,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

qatorida ham

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0,$$

ammo bu qator bo'lgan -qator sifatida yaqinlashadi. Shunday qilib, ikkala misolda ham

$$p = 2 > 1$$

$$p$$

$$a_n \rightarrow 0$$

sharti bajarilgan bo'lsa-da, qatorlarning xatti-harakati bir xil emas. Mazkur juftlik umumiy hadning nolga intilishi qator yaqinlashuvi uchun zarur shart bo'lishi mumkinligini, biroq uning o'zi yetarli emasligini ravshan ko'rsatadi.

Metodik nuqtai nazardan, bu yerda asosiy masala matematik hisoblashda emas, balki implikatsiyaning mantiqiy yo'nalishini to'g'ri anglashdadir. Agar

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

qator yaqinlashsa, unda

$$a_n \rightarrow 0.$$

Biroq

$$a_n \rightarrow 0$$

bo'lishidan qatorning yaqinlashishi avtomatik ravishda kelib chiqmaydi. Talaba ushbu farqni anglamasa, -had alomatini yaqinlashuvni tasdiqlovchi mezon sifatida noto'g'ri qo'llashi mumkin.

$$n$$

Ilmiy-metodik adabiyotlarda sonli qatorlarga oid tipik xatolar, qarshi misollarning didaktik imkoniyatlari va

konseptual topshiriqlarning ahamiyati turli yo'nalishlarda o'rganilgan [1–5]. Biroq qator umumiy hadining strukturaviy belgilarini dastlabki tahlil obyekti sifatida olish, shu tahlil asosida mos alomatni tanlash, alomatning qo'llanish shartlarini tekshirish va yakuniy xulosani muqobil usul yoki qarshi misol yordamida nazorat qilish bosqichlarini yaxlit metodik tizim sifatida tashkil etish masalasi hali ham alohida e'tiborni talab qiladi.

Shu asosda sonli qatorlar mavzusini o'qitishda "qaysi alomat formulasini qo'llash kerak?" degan savoldan "qatorning tuzilishi qaysi alomatni tanlashni asoslaydi?" degan savolga o'tish maqsadga muvofiq. Masalan, ratsional hadli qatorlarda yetakchi darajalarni solishtirish va limitli taqqoslash, faktorial hamda eksponentsial ko'paytuvchilar qatnashgan ifodalarda Dalamber alomati, -darajali strukturalarda Koshi alomati, ishorasi almashinuvchi qatorlarda esa Leybnits alomati tabiiy tanlov bo'lishi mumkin. Bunda alomat qatorning tashqi ko'rinishiga qarab emas, uning matematik strukturasiga asoslanib tanlanadi.

Natijalar va muhokama

Qator yaqinlashuvining boshlang'ich diagnostik nuqtasi

Sonli qator

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

ning yaqinlashuvi uning alohida hadlari xatti-harakatiga emas, balki qisman yig'indilar ketma-ketligi

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

ning chekli limitga ega bo'lishiga bog'liq. Agar

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$$

mavjud va chekli bo'lsa, qator yaqinlashuvchi deb ataladi.

Qator yaqinlashgan taqdirda uning umumiy hadi uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

shart albatta bajariladi. Boshqacha aytganda,

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ yaqinlashadi} \Rightarrow a_n \rightarrow 0.$$

Biroq bu implikasiyaning teskarisi umumiy holda to'g'ri emas. Ya'ni

$$a_n \rightarrow 0$$

shartning bajarilishi qatorning yaqinlashishini kafolatlamaydi.

Mazkur mantiqiy farqni o'quv jarayonida aniq ko'rsatish uchun garmonik qator qulay qarshi misol bo'lib xizmat qiladi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

Bu qatorning umumiy hadi

$$\frac{1}{n} \rightarrow 0,$$

ammo qatorning o'zi uzoqlashadi. Demak, umumiy hadning nolga intilishi yaqinlashuv uchun faqat zaruriy shart bo'lib, yetarli shart emas.

Ushbu holatni yanada ravshanroq tushuntirish uchun ikki qatorni yonma-yon taqqoslash maqsadga muvofiq:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

Har ikkala qator uchun ham

$$a_n \rightarrow 0$$

sharti bajariladi. Biroq birinchi qator uzoqlashadi, ikkinchi qator esa yaqinlashadi. Shu sababli bir xil zaruriy shart ikki xil natija bilan bog'lanishi mumkinligi talabaga aniq namoyon bo'ladi.

Bu yerda qarshi misolning vazifasi ma'lum teoremani yana bir bor tasdiqlash emas, balki noto'g'ri shakllangan teskari implikasiyani rad etishdan iborat. Zazkis va Chernoff qarshi misollarning didaktik samarasi o'quvchining mavjud tasavvuri bilan qarama-qarshilik yuzaga keltirib, mazkur tasavvurni qayta ko'rib chiqishga undashida namoyon bo'lishini ta'kidlaydi [5].

Misollar va qarshi misollardan maqsadli foydalanishning matematik asoslashni rivojlantirishdagi ahamiyati keyingi tadqiqotlarda ham qayd etilgan. Buchbinder va McCrone bo'lajak matematika o'qituvchilarida misol hamda qarshi misollarning isbot jarayonidagi vazifasini tushunishga yo'naltirilgan topshiriqlarning didaktik imkoniyatlarini ko'rsatgan [10]. Stylianides, Stylianides va Moutsios-Rentzos esa maktab va oliy ta'lim matematikasida isbotlash va matematik argumentatsiyaga oid tadqiqotlarni tizimli tarzda umumlashtirgan [11].

Shu nuqtai nazardan, qator yaqinlashuvini o'qitishning boshlang'ich bosqichida talaba faqat

$$a_n \rightarrow 0$$

natijasini hisoblash bilan cheklanmasligi, balki bu natijaning mantiqiy maqomini ham to'g'ri talqin qilishi zarur. Ya'ni umumiy hadning nolga intilishi qatorni keyingi alomatlar yordamida tekshirish uchun zarur boshlang'ich signal hisoblanadi, ammo yakuniy xulosa uchun mustaqil ravishda yetarli emas.

Yaqinlashuv alomatini qator strukturasi asosida tanlash

Har bir yaqinlashuv alomati barcha qatorlarga teng darajada mos emas. Alomat tanlashni alomat nomlarini eslashdan boshlash o'rniga

$$a_n$$

ning strukturaviy belgilarini aniqlashdan boshlash metodik jihatdan samaraliroq.

Quyidagi jadval shu maqsad uchun taklif etiladi.

1-jadval. Qator umumiy hadining strukturasi asosida yaqinlashuv alomatini tanlash

Table 1.

Selection of a convergence test based on the structure of the general term of a series

Qator hadining asosiy strukturasi	Dastlab ko'rib chiqiladigan alomat	Tanlashning matematik sababi
$\frac{P(n)}{Q(n)}$	Limitli taqqoslash	$\frac{1}{n^p}$
$n!, a^n$	Dalamber alomati	a_{n+1}/a_n
$(b_n)^n$	Koshi alomati	$\sqrt[n]{a_n}$

Qator hadining asosiy strukturasi	Dastlab ko'rib chiqiladigan alomat	Tanlashning matematik sababi
$(-1)^n b_n$ yoki $(-1)^{n-1} b_n$	Leybnits alomati, keyin mutlaq yaqinlashuv	Ishora almashtiruv alohida tekshiriladi
$1/(n(\ln n)^p)$	Integral yoki Koshi kondensatsiyasi	Oddiy darajali taqqoslash ko'pincha yetarli emas
Ma'lum musbat qator bilan yaqqol baholanadigan had	Bevosita taqqoslash	Tengsizlik qatorlar orasidagi yaqinlashuv xossasini uzatadi

Bu jadval "qaysi formulani ishlatish kerak?" savoliga tayyor javob bermaydi. U alomat tanlashni qatorning ichki algebraik strukturasi bilan bog'laydi.

Yaqinlashuv alomatlarini o'zaro bog'langan vositalar tizimi sifatida ko'rish zamonaviy metodik ishlarda ham qo'llab-quvvatlanadi. Rayskin Dalamber va Koshi alomatlari o'rtasidagi bog'lanishlarni ochib berish hamda qator strukturasi uchun mos testni tanlashning didaktik ahamiyatini ta'kidlaydi [12].

Duval matematik tushunishda belgili ifoda bilan uning boshqa ifodalash registrlari o'rtasidagi o'tish alohida kognitiv faoliyat ekanini ko'rsatadi [6]. Sonli qatorlarda bu fikrni quyidagicha tatbiq qilish mumkin:

$$\frac{2n+1}{n^3+4}$$

ifodasini talaba faqat algebraik formula sifatida emas,

$$\frac{2n}{n^3} \sim \frac{2}{n^2}$$

asimptotik struktura sifatida ham o'qishi kerak.

Alomat tanlashga oid metodik vaziyatlar

1-vaziyat. Dalamber alomatining aniq xulosa bermaydigan holatini to'g'ri talqin qilish

Qator:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}$$

Agar talaba Dalamber alomatini tanlasa,

$$a_n = \frac{n}{n^3+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$$

Dalamber alomatida

$$L = 1$$

bo'lishi qator yaqinlashadi yoki uzoqlashadi degan xulosani bermaydi.

Bu yerda "Dalamber alomati ishlamadi" bilan "qator uzoqlashadi" fikrlari qat'iy ajratilishi kerak.

Qatorning strukturasi esa

$$\frac{n}{n^3+1} \sim \frac{1}{n^2}$$

munosabatni ko'rsatadi. Limitli taqqoslashdan

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n}{n^3+1}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^3+1} = 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

yaqinlashuvchi bo'lganligi uchun berilgan qator ham yaqinlashadi.

Mazkur masalaning metodik maqsadi qatorning yaqinlashuvini aniqlash natijasidan ko'ra, tanlangan alomatning aniq xulosa bermasligi qatorning uzoqlashishini anglatmasligini shakllantirishga qaratilgan.

2-vaziyat. Taqqoslash alomatida tengsizlik yo'nalishini anglash

Qator:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

Talaba

$$\frac{1}{n \ln n} < \frac{1}{n}$$

ekanligini ko'rib,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

uzoqlashgani sababli berilgan qator ham uzoqlashadi, degan xulosa chiqarishi mumkin.

Bu xulosa noto'g'ri.

Musbat qatorlar uchun

$$0 \leq a_n \leq b_n$$

bo'lganda

yaqinlashadi $\Rightarrow$ yaqinlashadi.

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

Katta qatorning uzoqlashishi kichik qator haqida xulosa bermaydi.

Berilgan qator integral alomati yordamida tekshiriladi:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$$

Bu yerda $u = \ln x$ va $du = dx/x$ almashtirishdan foydalaniladi.

$$\int_{\ln 2}^{\infty} \frac{du}{u} = \lim_{B \rightarrow \infty} \ln u \Big|_{\ln 2}^B = \infty$$

Bu ifodada $B \rightarrow \infty$ bo'lganda $\ln B - \ln(\ln 2) \rightarrow \infty$ bo'ladi; demak, integral uzoqlashadi.

Qator uzoqlashadi, lekin talabani dastlabki taqqoslash argumenti baribir noto'g'ri edi.

Bu masala muhim metodik farqni ochadi:

to'g'ri javob noto'g'ri argumentni to'g'ri qilmaydi.

Sonli qatorlarni o'qitishda yakuniy "yaqinlashadi/uzoqlashadi" javobidan tashqari argumentning mantiqiy asosiligi ham baholanishi kerak.

3-vaziyat. Qator strukturasi alomat tanlashni soddalashtirishi

Quyidagi qator berilgan bo'lsin:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2} \right)^n$$

Umumiy haddagi

$$(\dots)^n$$

struktura Koshi alomatini tabiiy tanlovga aylantiradi:

$$\sqrt[n]{a_n} = \frac{2n+1}{3n+2}$$

Shuning uchun

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{3n + 2} = \frac{2}{3} < 1$$

Qator mutlaq yaqinlashadi.

Mazkur misolda asosiy metodik savol

"Qator yaqinlashadimi?"

emas, balki

"Nima uchun aynan Koshi alomati bu struktura uchun qisqa va tabiiy tanlov?"

ko'rinishida qo'yiladi.

Talaba alomat nomini aytishi yetarli emas. U tanlovni umumiy hadning strukturasi bilan bog'lashi kerak.

4-vaziyat. Shartli va mutlaq yaqinlashuvni ajratish

Qator:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

Leybnits alomati uchun

$$b_n = \frac{1}{n} > 0,$$

$$b_{n+1} < b_n,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0.$$

Shuning uchun qator yaqinlashadi.

Biroq

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^{n-1}}{n} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

uzoqlashadi.

Berilgan qator shartli yaqinlashuvchi.

Bu yerda metodik ketma-ketlik ikki alohida savoldan tuziladi:

Qator yaqinlashadimi?

U mutlaq yaqinlashadimi?

Faqat birinchi savol berilsa, talaba "yaqinlashish" va "mutlaq yaqinlashish" kategoriyalarini bir xil hodisa sifatida qabul qilishi mumkin.

Taklif etilayotgan metodika to'rtta ketma-ket amal asosida quriladi.

1. Qator hadini strukturaviy o'qish

Talaba hisoblashni boshlashdan oldin

$$a_n$$

ning dominant qismini, faktorial, daraja, logarifm, ishora almashinuvi yoki ratsional strukturani aniqlaydi.

Masalan,

$$a_n = \frac{3n^2 + 1}{n^5 + 2n}$$

uchun dastlabki kuzatuv:

$$a_n \sim \frac{3}{n^3}.$$

Bu kuzatuv limitli taqqoslash alomatini tanlashga olib keladi.

2. Alomatni tanlash sababini yozma asoslash

Talaba faqat

"Dalamber alomatini qo'llaymiz"

deb yozmaydi.

To'liq javob quyidagi ko'rinishda talab qilinadi:

"Umumiy haddagi faktorial va eksponensial ko'paytuvchilar nisbatida sezilarli qisqarishi sababli Dalamber alomati tanlandi."

$$a_{n+1}/a_n$$

Bu talab alomat tanlashni reproduktiv faoliyatdan matematik jihatdan asoslangan tanlov faoliyatiga yo'naltiradi.

3. Alomatning qo'llanish shartini tekshirish

Alomat formulasini ishlatishdan oldin uning matematik shartlari aniqlanadi.

Masalan, Leybnits alomatida uchta alohida komponent:

$$b_n > 0,$$

$$b_{n+1} \leq b_n,$$

$$b_n \rightarrow 0$$

tekshiriladi.

Faqat

$$b_n \rightarrow 0$$

ni ko'rsatish yetarli emas.

4. Xulosani nazorat qilish

Natija olingandan keyin quyidagi nazorat savollaridan bittasi beriladi:

shu qator uchun boshqa alomat ishlaydimi?

tanlangan alomat aniq xulosa bermasa, qaysi alomatga o'tish kerak?

xulosaning teskarisi to'g'rimi?

umumiy had nolga intishi qatorning yaqinlashishiga yetarlimi?

olingan fikrni rad qiluvchi qarshi misol mavjudmi?

Mazkur bosqich alomatni qo'llashni yopiq algoritmdan matematik argumentatsiyaga aylantiradi.

Metodik topshiriqlar tizimi

Taklif etilayotgan yondashuvda topshiriqlarni faqat "qatorni yaqinlashishga tekshiring" shaklida berish yetarli emas. Quyidagi to'rt turdagi topshiriqlar birgalikda qo'llanadi.

2-jadval. Metodik topshiriqlar turlari va talabadan kutiladigan faoliyat

Table 2.

Types of methodological tasks and the expected student activity

Topshiriq turi	Talabadan talab qilinadigan faoliyat
Alomatni tanlash	Eng mos alomatni aniqlash va tanlovni asoslash
Noto'g'ri tanlovni tahlil qilish	Berilgan alomat nima uchun aniq xulosa bermasligi yoki noto'g'ri tanlanganini ko'rsatish
Qarshi misol qurish	Noto'g'ri umumiy xulosani rad qiluvchi qator topish
Muqobil yechim	Bitta qatorni ikki turli alomat bilan tahlil qilish

Masalan:

Diagnostic topshiriq

Talaba quyidagi fikrni baholaydi:

Agar bo'lsa, qator yaqinlashadi.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

Javob faqat "noto'g'ri" so'zidan iborat bo'lmasligi kerak.

Talaba:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

qarshi misolini keltiradi;

$$\frac{1}{n} \rightarrow 0$$

ekanini ko'rsatadi;
garmonik qatorning uzoqlashishini asoslaydi;
natijada quyidagi to'g'ri implikatsiyani yozadi:
yaqinlashadi $\Rightarrow$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

$$a_n \rightarrow 0$$

Bu topshiriq alomatni yodlashni emas, uning mantiqiy tuzilishini tekshiradi.

Metodik natijalar va ularning muhokamasi

Metodik tahlil sonli qatorlar mavzusida alomat tanlashni uchta darajada tashkil etish zarurligini ko'rsatdi.

Birinchi daraja — strukturaviy tanish. Talaba umumiy hadning tashqi ko'rinishini matematik sinf bilan bog'laydi:

$$\frac{P(n)}{Q(n)} \rightarrow \frac{1}{n^p},$$

$$\frac{n!}{a^n} \rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n},$$

$$(b_n)^n \rightarrow \sqrt[n]{a_n}$$

Ikkinchi daraja — mantiqiy asoslilik. Tanlangan alomatning xulosasi aynan qanday shartlarda o'rinli ekanligi tekshiriladi. Bu bosqichda

$$L = 1$$

ning "uzoqlashadi" degani emasligi yoki kichik qatorni katta uzoqlashuvchi qator bilan yuqoridan baholash hech qanday xulosa bermasligi aniqlanadi.

Uchinchi daraja — qarshi misol bilan nazorat. Talaba matematik tasdiqni qarshi misol yordamida sinaydi. Zazkis va Chernoffning tadqiqotida qarshi misollar noto'g'ri umumlashtirishlarni qayta ko'rib chiqish uchun kuchli vosita sifatida ko'rsatilgan [5].

Bu uch daraja mavjud o'qitish amaliyotidagi bitta muhim farqni ochadi:

alomatni qo'llash $\neq$ alomatni tanlay olish

Birinchi faoliyatda formula berilgan bo'lishi mumkin. Ikkinchisida talaba qator strukturasi tahlil qiladi, alternatalarni solishtiradi va o'z tanlovining matematik sababini ifodalaydi.

González-Martín, Nardi va Biza universitet qatorlar ta'limida aynan alomatlarni qo'llashdan tashqariga chiqadigan, tanlov va izoh talab qiladigan konseptual topshiriqlar yetishmasligini qayd etgan [2]. Lindaman va Gay tomonidan sinovdan o'tkazilgan o'qitish strategiyalarida ham qator va ketma-ketliklarga oid tushunchaviy javoblar alohida tahlil qilingan [3].

Taklif etilayotgan metodikaning asosiy natijasi yangi yaqinlashuv alomatini yaratish emas. Metodik natija mavjud alomatlarni o'qitish ketma-ketligini

alomat nomi $\rightarrow$ formula $\rightarrow$ misol

sxemasidan

*qator strukturasi $\rightarrow$ alomat tanlovi $\rightarrow$ qo'llanish sharti $\rightarrow$ xulosa
 $\rightarrow$ qarshi misol yoki muqobil tekshiruv*

sxemasiga o'tkazishdan iborat.

Mazkur maqolada empirik tajriba natijalari keltirilmaganligi sababli taklif etilgan metodikaning empirik samaradorligi bo'yicha miqdoriy yoki statistik xulosalar chiqarilmaydi. Keyingi tajriba-sinov ishlarida "to'g'ri alomat tanlash", "tanlovni matematik asoslash", "alomat aniq xulosa bermagan holatni to'g'ri talqin qilish" va "qarshi misol tuzish" ko'rsatkichlarini alohida baholash maqsadga muvofiq.

Xulosa. Sonli qatorlarni o'qitishda yuzaga keladigan asosiy murakkablik faqat yaqinlashuv alomatlarini formulalarini o'zlashtirish bilan belgilanmaydi. Talaba yangi qatorni tahlil qilish jarayonida unga mos alomatni mustaqil tanlashi, bu tanlovni qator umumiy hadining strukturaviy xususiyatlari bilan asoslay olishi hamda olingan natijani tanlangan alomatning qo'llanish shartlari doirasida to'g'ri talqin qilishi lozim.

O'tkazilgan nazariy-metodik tahlil asosida uchta asosiy muammo ajratildi. Birinchidan,

$$a_n \rightarrow 0$$

zaruriy shartining qator yaqinlashuvi uchun yetarli shart sifatida noto'g'ri talqin qilinishi kuzatiladi. Ikkinchidan, tanlangan alomat aniq yoki qat'iy xulosa bermagan hollarda qatorning yaqinlashishi yoxud uzoqlashishi haqida asossiz hukm chiqarilishi mumkin. Uchinchidan, taqqoslash alomatini qo'llashda tengsizlikning matematik yo'nalishi va undan kelib chiqadigan implikasiya noto'g'ri talqin qilinishi ehtimoli mavjud.

Mazkur xatolarni bartaraf etishda qarshi misollardan foydalanish faqat yakuniy tushuntirishni to'ldiruvchi vosita sifatida emas, balki matematik mulohazaning mantiqiy to'g'riligini tekshiruvchi metodik mexanizm sifatida qaraladi. Qarshi misol talabaniq umumlashtirilgan, biroq noto'g'ri xulosasini bevosita sinash va uning chegaralarini aniqlash imkonini beradi.

Qator umumiy hadining strukturaviy belgilariga asoslangan alomat tanlash modeli ratsional, faktorial-eksponensial, -darajali, ishorasi almashinuvchi hamda logarifmik qatorlar uchun mos tekshirish usulini ongli ravishda aniqlashga xizmat qiladi. Shu sababli o'qitish jarayonida talabaniq faqat "Qaysi alomatni qo'llash kerak?" degan savolga javobi emas, balki "Nima uchun aynan shu alomat tanlandi?" degan savolga matematik jihatdan asoslangan javobi ham baholanishi zarur.

n

Natijada sonli qatorlarning yaqinlashuvini o'qitish jarayoni formulalarni mexanik qo'llashga yo'naltirilgan mashqlardan qator strukturasi tahlil qilish, alomatni asosli tanlash, natijani mantiqiy talqin qilish va zarur hollarda qarshi misol orqali tekshirishga tayangan matematik faoliyatga yo'naltiriladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

- [1] Genç M., Akıncı M. Errors in Using Convergence Tests in Infinite Series // *Acta Didactica Napocensia*. – 2020. – Vol. 13, №2. – P. 113–127. DOI: 10.24193/adn.13.2.8.
- [2] González-Martín A.S., Nardi E., Biza I. Conceptually driven and visually rich tasks in texts and teaching practice: the case of infinite series // *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. – 2011. – Vol. 42, №5. – P. 565–589. DOI: 10.1080/0020739X.2011.562310.
- [3] Heon N., Mills M. Comparing the Textbook with Professors' Intended and Enacted Potential Intellectual Need for Infinite Series in Calculus II // *Investigations in Mathematics Learning*. – 2023. – Vol. 15, №3. – P. 169–185. DOI: 10.1080/19477503.2023.2169490.
- [4] Buchbinder O., McCrone S. Preparing prospective secondary teachers to teach mathematical reasoning and proof: the case of the role of examples in proving // *ZDM – Mathematics Education*. – 2023. – Vol. 55. – P. 779–792. DOI: 10.1007/s11858-023-01493-4.
- [5] Stylianides G.J., Stylianides A.J., Moutsios-Rentzos A. Proof and proving in school and university mathematics education research: a systematic review // *ZDM – Mathematics Education*. – 2024. – Vol. 56. – P. 47–59. DOI: 10.1007/s11858-023-01518-y.
- [6] Rayskin V. A connection between tests for absolute convergence of infinite series, or how to be fair // *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. – 2025. – Vol. 56, №11. – P. 2324–2332. DOI: 10.1080/0020739X.2024.2393266.
- [7] Behruz Ulug'bek o'g, Q. (2024). EYLER INTEGRALLARI VA MITTAG-LEFFLER FUNKSIYASINING ZAMONAVIY FIZIKA VA MATEMATIKADAGI ROLI. *Международный журнал научных исследователей*, 9(1), 96-100.
- [8] Behruz Ulug'bek o'g, Q. (2025). CHIZIQLI ALGEBRA VA SPLAYNLAR: CHIZIQLI TENGLAMALAR TIZIMLARI VA MATRITSALAR ASOSIDA SPLAYN HOSIL QILISH. *ИКРО журнал*, 15(01), 773-776.
- [9] Behruz Ulug'bek o'g, Q. (2025). MATEMATIK YAQQOLLIK VA FUNKSIYA YAQINLASHTIRISH. *PEDAGOGIK TADQIQOTLAR JURNALI*, 3(2), 190-193.
- [10] Behruz Ulug'bek o'g, Q. (2025). SPLINE INTERPOLYATSIYASI. *PEDAGOGIK TADQIQOTLAR JURNALI*, 3(1), 355-359.