

GEOGEBRA YORDAMIDA ALGEBRANI O'QITISH SAMARADORLIGINI OSHIRISH

D.F.Hamroqulova¹

Mas'ul muallif: Hamroqulova
Dildora Furqat qizi, Osiyo Xalqaro
Universiteti "Aniq fanlar va raqamli
texnologiyalar" kafedrası
o'qituvchisi.

e-mail:
dhamroqulova98@gmail.com

Accepted: 13 Sentabr 2026
Published: 13 Sentabr 2026

Copyright: © 2026 by the
author(s). Licensee Buxoro xalqaro
universiteti ilmiy axborotnomasi.

Iqtibos uchun: Hamroqulova, D. F.
GEOGEBRA YORDAMIDA
ALGEBRANI O'QITISH
SAMARADORLIGINI OSHIRISH / D.
F. Hamroqulova // Buxoro xalqaro
universiteti ilmiy axborotnomasi.
— 2026. — T. 9, № 1. — B.
143–148.

1. Osiyo Xalqaro Universiteti "Aniq fanlar va raqamli texnologiyalar" kafedrası o'qituvchisi

Annotatsiya. Mazkur maqolada algebra fanini o'qitish jarayonida GeoGebra dinamik matematik dasturidan foydalanishning nazariy-metodik asoslari va amaliy samaradorligi tahlil qilingan. Maqolada GeoGebraning algebraik va geometrik obyektlarni bir vaqtning o'zida vizuallashtirish imkoniyatlari, funksiyalar grafiklarini qurish, tenglamalar sistemalarini grafik usulda yechish hamda parametrik (slyayder) modellashtirish orqali o'rganuvchilarda algebraik tushunchalarni chuqur va ongli o'zlashtirish jarayoni yoritilgan. Tadqiqot doirasida uchta amaliy misol - kvadrat funksiya, chiziqli tenglamalar sistemasi va parametrlil funksiyalar oilasi - GeoGebra muhitida bosqichma-bosqich yechib ko'rsatilgan. Olingan natijalar an'anaviy o'qitish usullariga nisbatan GeoGebra qo'llanilgan darslarda talabalarining tushunish darajasi, faolligi va matematik fikrlash qobiliyati sezilarli darajada oshganini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: geogebra, algebra, sonlar nazariyasi, dinamik matematika, vizuallashtirish, funksiyalar grafigi, slyayder, o'qitish samaradorligi, raqamli texnologiyalar.

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ АЛГЕБРЫ С ПОМОЩЬЮ GEOGEBRA

Аннотация. В данной статье анализируются теоретико-методические основы и практическая эффективность использования динамической математической программы GeoGebra в процессе обучения алгебре. Рассматриваются возможности GeoGebra по одновременной визуализации алгебраических и геометрических объектов, построению графиков функций, графическому решению систем уравнений, а также параметрическому (слайдерному) моделированию, способствующему глубокому и осознанному усвоению алгебраических понятий учащимися. В рамках исследования пошагово представлены три практических примера - квадратичная функция, система линейных уравнений и семейство функций с параметром - решённых в среде GeoGebra. Полученные результаты показывают, что по сравнению с традиционными методами обучения, уроки с применением GeoGebra значительно повышают уровень понимания, активность и математическое мышление учащихся.

Ключевые слова: geogebra, алгебра, теория чисел, динамическая математика, визуализация, график функции, слайдер, эффективность обучения, цифровые технологии.

ENHANCING THE EFFECTIVENESS OF ALGEBRA TEACHING USING GEOGEBRA

Abstract. This article analyzes the theoretical-methodological foundations and practical effectiveness of using the dynamic mathematics software GeoGebra in the process of teaching algebra. It examines GeoGebra's capabilities for simultaneously visualizing algebraic and geometric objects, plotting function graphs, solving systems of equations graphically, and parametric (slider-based) modeling, which together foster a deeper and more conscious understanding of algebraic concepts among students. Within the study, three practical examples - a quadratic function, a system of linear equations, and a parametric family of functions - are solved step by step in the GeoGebra environment. The findings show that, compared with traditional teaching methods, lessons employing GeoGebra significantly increase students' comprehension level, engagement, and mathematical thinking skills.

Keywords: geogebra, algebra, number theory, dynamic mathematics, visualization, function graph, slider, teaching effectiveness, digital technologies.

Kirish. Zamonaviy ta'lim tizimida matematik fanlarini, xususan, algebra va sonlar nazariyasini o'qitish samaradorligini oshirish masalasi dolzarb pedagogik muammolardan biri hisoblanadi. An'anaviy, faqat doska va bo'r yordamida olib boriladigan darslarda talabalar ko'pincha algebraik ifodalar, funksiyalar va ularning geometrik talqini o'rtasidagi bog'liqlikni to'liq idrok eta olmaydi. Bu esa mavhum tushunchalarni mexanik ravishda yodlashga olib keladi va bilimlarning amaliyotga tatbiq etilishini qiyinlashtiradi.

GeoGebra - dinamik geometriya, algebra, hisoblash (CAS) va statistikani yagona interfeysda birlashtiruvchi bepul, ochiq kodli dasturiy vosita bo'lib, u algebraik va

geometrik ko'rishlarni real vaqt rejimida bog'lash imkonini beradi (Hohenwarter, 2002; Hohenwarter & Jones, 2007). Dastur o'rganuvchiga funktsiya grafisini qurish, uning parametrlarini o'zgartirish, tenglamalar sistemasini grafik usulda yechish va natijani darhol vizual tarzda kuzatish imkonini yaratadi.

Mazkur maqolaning maqsadi - GeoGebra dasturidan algebra darslarida foydalanishning didaktik imkoniyatlarini nazariy jihatdan asoslash va uni amaliy masalalar (kvadrat funktsiya, tenglamalar sistemasi, parametrli funktsiyalar oilasi) misolida ko'rsatib berish, shuningdek uning o'qitish samaradorligiga ta'sirini ilmiy adabiyotlar tahlili asosida baholashdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari: 1) GeoGebra dasturining didaktik imkoniyatlarini tahlil qilish; 2) algebra mavzularini GeoGebra yordamida o'qitish metodikasini ishlab chiqish; 3) amaliy misollar orqali metodikaning qo'llanilishini ko'rsatish; 4) mavjud empirik tadqiqotlar natijalarini umumlashtirish.

Mavzuga oid adabiyotlar tahlili. GeoGebra dasturining matematik ta'limdagi o'rni bo'yicha xalqaro ilmiy adabiyotda keng tadqiqotlar olib borilgan. Dos Santos va Trocado (2016) GeoGebra matematik o'quv muhiti sifatidagi imkoniyatlarini tahlil qilib, uning algebraik va simvolik hisoblash tizimi sifatida rivojlanish tarixini yoritadi. Jarvis, Hohenwarter va Lavicza (2011) GeoGebra yordamida matematik modellashtirish tadqiqotlarini umumlashtirib, dasturning turli mamlakatlarda o'quvchi va o'qituvchilar hamjamiyati tomonidan qo'llab-quvvatlanayotganini ta'kidlaydi.

Tajriba-sinov tadqiqotlari ham GeoGebra ta'sirini tasdiqlaydi. Thapa (2019) Nepalda o'tkazgan tajriba-sinov tadqiqotida GeoGebra yordamida algebra o'qitilgan tajriba guruhi o'quvchilari nazorat guruhiga nisbatan algebraik fikrlash va yutuq testlarida sezilarli yuqori natija ko'rsatganini aniqladi. Etcuban va Leonard kollej talabalari orasida GeoGebra mobil ilovasidan foydalanish talabalarining algebraik funktsiyalar grafisini tushunishga bo'lgan munosabati, motivatsiyasi va o'zlashtirish darajasiga ijobiy ta'sir ko'rsatishini ko'rsatdi.

Moukhliiss va boshqalar Marokashning o'rta maktab o'quvchilari orasida GeoGebra yordamida algebraik modellashtirish masalalarini yechish qobiliyatiga ta'sirini o'rgangan bo'lib, dastur o'quvchilarning real hayotiy masalalarni matematik modelga aylantirish ko'nikmalarini rivojlantirishini ko'rsatdi. Rossiya va Belarussiyada olib borilgan tadqiqotlarda ham (Тюленова, 2023; Ализарчик va boshqalar, 2023) GeoGebra kompyuter animatsiyasi va laboratoriya ishlari shaklida qo'llanilishi o'quvchilarning bilim faolligini va sifatini oshirishga xizmat qilishi asoslangan.

Yuqoridagi tadqiqotlarni umumlashtirib aytish mumkinki, GeoGebra nafaqat vizual yordamchi vosita, balki talabada algebraik va geometrik tafakkurni birlashtiruvchi kognitiv ko'priq vazifasini bajaradi (Hohenwarter & Fuchs, 2004).

Mavzu o'zbek tilidagi ilmiy adabiyotlarda ham yoritilgan. Kuchkarova (2023) matematika darslarida GeoGebra dasturidan foydalanishning ahamiyatini tahlil qilib, dasturning o'rganuvchilarning kreativ-ijodiy qobiliyati, mantiqiy fikrlashi va matematik tasavvurini rivojlantirishdagi o'rnini asoslaydi. Muallifning keyingi tadqiqotida (Kuchkarova, 2024) GeoGebra vositasida talabalarda tanqidiy fikrlash va muammoni hal qilish ko'nikmalarini shakllantirish masalalari ko'rib chiqiladi. Shuningdek, matematika fanini o'qitishda dasturiy vositalar va innovatsion pedagogik texnologiyalarning imkoniyatlariga bag'ishlangan ishlarda ham GeoGebra talabalarining fanga qiziqishini oshiruvchi samarali vosita sifatida tavsiflanadi.

1.1. Xorijiy tadqiqotlarning qiyosiy tahlili

Yuqorida ko'rib chiqilgan tadqiqotlarning asosiy parametrlarini quyidagi jadvalda umumlashtirish mumkin:

Muallif(lar), yil	Mamlakat	Tadqiqot obyekti	Asosiy natija
Thapa, 2019	Nepal	O'rta maktab, algebra (kvadrat va chiziqli tenglamalar)	Tajriba guruhida algebraik fikrlash va o'zlashtirish darajasi nazorat guruhiga nisbatan sezilarli yuqori bo'ldi
Etcuban & Leonard	Filippin	Kollej talabalari, College Algebra	GeoGebra mobil ilovasi talabalarining motivatsiyasi va grafik tushunishini oshirdi
Moukhliiss va boshqalar	Marokash	O'rta maktab, algebraik modellashtirish	GeoGebra o'quvchilarning real masalani matematik modelga aylantirish ko'nikmasini rivojlantirdi
Тюленова, 2023	Qozog'iston	8-sinf, kvadrat funktsiya	Grafik muhitda intensiv ishlash funktsiyani o'zlashtirish sifatini oshirdi
Ализарчик va boshqalar, 2023	Belarus	Umumta'lim maktabi, algebra va geometriya	Kompyuter eksperimenti o'quvchilarning tadqiqot faoliyatini faollashtirdi

GEOGEBRA DASTURINING DIDAKTIK IMKONIYATLARI VA TADQIQOT METODIKASI

2.1. GeoGebra asosiy oynalari va vositalari

GeoGebra uchta asosiy oynadan iborat: Algebra oynasi (obyektlarning analitik ifodasi), Grafik oyna (obyektlarning vizual tasviri) va Jadval (Elektron jadval) oynasi. Ushbu uch oyna o'rtasidagi dinamik bog'liqlik - algebraik oynada kiritilgan har qanday ifoda darhol grafik oynada tasvirlanishi - dasturning asosiy pedagogik afzalligi hisoblanadi. Bundan tashqari, dastur slayder (parametr boshqaruvchisi), nuqtani harakatlantirish, geometrik qurilmalar va CAS (Computer Algebra System) buyruqlarini o'z ichiga oladi.

2.2. Tadqiqot metodikasi

Tadqiqot metodikasi quyidagi bosqichlardan iborat bo'ldi: 1) mavzuga oid ilmiy adabiyotlarni tahlil qilish; 2) algebra kursidagi tayanch mavzularni (chiziqli va kvadrat funksiyalar, tenglamalar sistemalari) GeoGebra vositasida modellashtirish; 3) har bir mavzu bo'yicha bosqichma-bosqich amaliy misollarni ishlab chiqish; 4) natijalarni mavjud empirik tadqiqotlar natijalari bilan solishtirish orqali umumlashtirish. Tadqiqotda tavsiflovchi-tahliliy hamda amaliy-namoyish metodlaridan foydalanildi.

2.3. Algebra mavzulari va ularga mos GeoGebra vositalari

Algebra kursining turli mavzularini GeoGebra vositasida o'qitishda quyidagi funksional vositalardan foydalanish tavsiya etiladi:

Algebra mavzusi	GeoGebra vositasi / buyrug'i	Kutilayotgan pedagogik natija
Chiziqli funksiya	Grafik oyna, Slider	Burchak koeffitsientining grafikka ta'sirini kuzatish
Kvadrat funksiya	Root, Extremum, Slider	Ildizlar va uchni analitik hamda grafik usulda topish
Tenglamalar sistemasi	Intersect	Yechimni kesishish nuqtasi sifatida vizual tekshirish
Tengsizliklar	Grafik soylash (Inequality)	Yechim to'plamini geometrik soha sifatida idrok etish
Parametrli funksiyalar	Slider, Animatsiya	Parametr o'zgarishi bilan grafik shaklining bog'liqligini kuzatish

Jadvalda keltirilgan har bir vosita darsda o'qituvchi tomonidan namoyish etilishi yoki o'rganuvchining o'zi tomonidan mustaqil bajarilishi mumkin. Ikkinchi yondashuv - o'rganuvchining bevosita GeoGebra bilan ishlashi - konstruktivistik ta'lim nazariyasiga mos ravishda bilimni faol qurish jarayonini ta'minlaydi.

AMALIY MISOLLAR: GEOGEBRA MUHITIDA MASALALARNI YECHISH

3.1-misol. Kvadrat funksiya grafigini qurish va uning ildizlarini topish.

funksiyasi berilgan. Funksiyaning ildizlarini, uchini (vertex) va grafigini GeoGebra yordamida aniqlang.

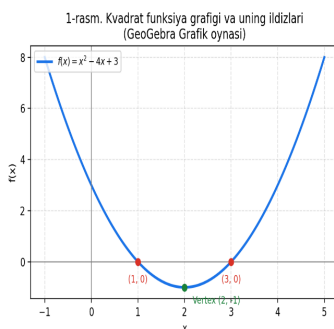
$$y = x^2 + 43$$

Yechish bosqichlari (GeoGebra buyruqlari): Algebra oynasiga ifodasi kiritiladi → dastur avtomatik ravishda grafikni chizadi → Root(f) buyrug'i yordamida ildizlar topiladi → Extremum(f) buyrug'i uchi koordinatalarini aniqlaydi. Bu jarayon o'quvchiga analitik yechim (diskriminant orqali) bilan grafik yechim o'rtasidagi mosligini bevosita ko'rish imkonini beradi.

$$f(x) = x^2 + 43$$

$$(x_1, y_1) =$$

$$(2; 1)$$



1-rasm. funksiyasining GeoGebrada qurilgan grafigi, ildizlari va uchi.

$$y = x^2 - 4x + 3$$

3.2-misol. Ikki noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasini grafik usulda yechish.

Masala: quyidagi sistema berilgan: va sistemaning yechimini GeoGebra yordamida toping.

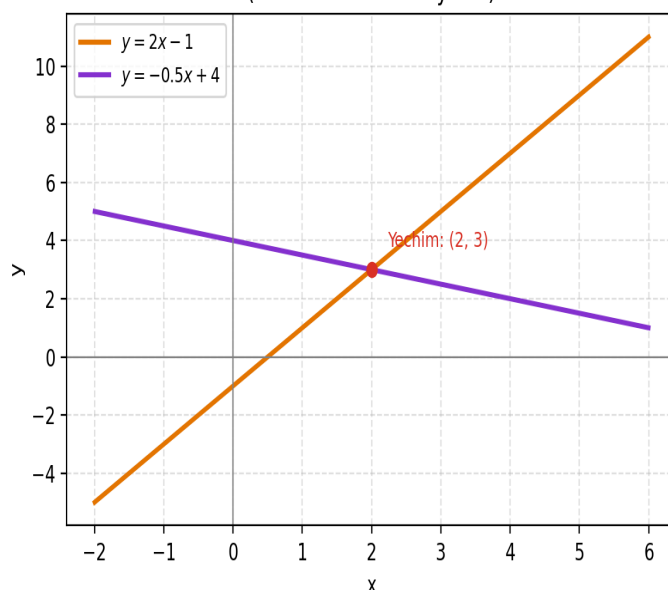
$$y = 2x - 1$$

$$y = -0.5x + 4$$

Yechish bosqichlari: har ikkala tenglama Algebra oynasiga alohida kiritiladi → ikkala to'g'ri chiziq Grafik oynada avtomatik tasvirlanadi → Intersect(f,g) buyrug'i chiziqlarning kesishish nuqtasini - sistema yechimini - aniqlaydi. Bu usul o'quvchiga algebraik yechim (o'rniga qo'yish yoki qo'shish usuli) natijasini grafik tasdiqlash orqali tekshirish imkonini beradi, xatolarni kamaytiradi.

$$(2; 3)$$

2-rasm. Chiziqli tenglamalar sistemasining grafik yechimi
(GeoGebra Grafik oynasi)



2-rasm.
va tenglamalar sistemasining GeoGebradagi grafik yechimi.

$$y \neq 21$$

$$y \neq -0,54$$

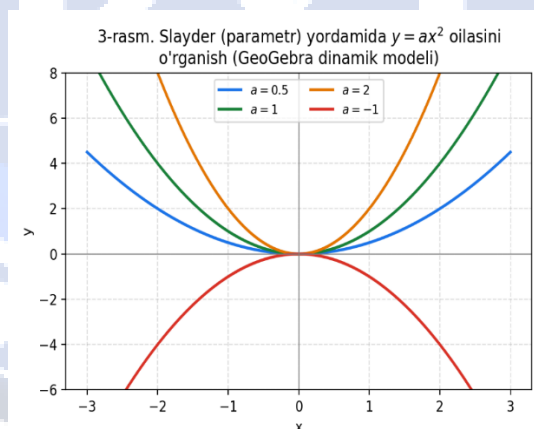
3.3-misol. Slayder (parametr) yordamida funksiyalar oilasini o'rganish
Masala: ko'rinishidagi funksiyalar oilasida a parametrining grafik shakliga ta'sirini o'rganing.

$$y \neq x^2$$

Yechish bosqichlari: GeoGebrada a nomli slayder yaratiladi (masalan, -3 dan 3 gacha, qadam 0,1) → funksiyasi kiritiladi → slayderni harakatlantirish orqali o'quvchi a musbat bo'lganda parabolaning yuqoriga, manfiy bo'lganda pastga qaragan holini, kattalashganda parabola "toraya" borishini bevosita kuzatadi. Bu - statik darslikda tushuntirib bo'lmaydigan dinamik bog'liqlikni namoyish etadigan eng samarali usullardan biridir.

$$y \neq x^2$$

$$|a|$$



3-rasm. Slayder orqali a parametri o'zgarganda funksiyalar oilasining o'zgarishi

$$y \neq x^2$$

3.4. Natijalarning umumiy tahlili

Yuqorida keltirilgan uchta misol GeoGebraning algebra o'qitishdagi uch xil funksional imkoniyatini - statik grafik qurish, kesishish nuqtalarini avtomatik hisoblash va dinamik parametrik modellashtirishni - namoyish etadi. Ilmiy adabiyotlarda keltirilgan tajriba-sinov natijalari (Thapa, 2019; Etcuban & Leonard; Moukhliiss va boshqalar) bilan taqqoslaganda, ushbu amaliy misollarda qo'llanilgan yondashuv o'quvchining bilim va ko'nikmalarini nazariy va vizual

jihatdan mustahkamlashga xizmat qiladi, chunki u algebraik ifoda va uning geometrik talqinini bir vaqtning o'zida idrok etish imkonini yaratadi.

Natijalar va muhokama. Tahlil qilingan ilmiy manbalar va keltirilgan amaliy misollar shuni ko'rsatadiki, GeoGebradan algebra darslarida tizimli foydalanish quyidagi natijalarga olib keladi: 1) o'quvchilarda algebraik va geometrik tafakkur o'rtasidagi bog'liqlik mustahkamlanadi; 2) mavhum tushunchalarni vizual tarzda idrok etish orqali xotirada saqlanish darajasi oshadi; 3) o'quvchi mustaqil izlanish va gipoteza qurish (parametrlarni o'zgartirib natijani kuzatish) ko'nikmalariga ega bo'ladi; 4) o'qituvchi tomonidan darsni interfaol va individuallashtirilgan tarzda tashkil etish imkoniyati kengayadi.

Shu bilan birga, GeoGebrani qo'llashda bir qator metodik cheklolar ham mavjud: dasturdan foydalanish uchun texnik infratuzilma (kompyuter yoki interaktiv doska) talab etiladi, o'qituvchining dastur bilan ishlash malakasi yetarli bo'lishi kerak, shuningdek darsning ma'lum bir qismini dastur bilan tanishtirishga ajratish zarurati vujudga keladi. Shunga qaramay, ilmiy adabiyotlarda keltirilgan empirik natijalar (Prażmowski, 2016; Тюленова, 2023) ushbu qiyinchiliklarni dasturning uzoq muddatli pedagogik samarasi qoplashini tasdiqlaydi.

Xulosa. O'tkazilgan tahlil GeoGebra dasturining algebra va sonlar nazariyasi mavzularini o'qitishda nafaqat vizual yordamchi vosita, balki o'quvchida algebraik-geometrik tafakkurni shakllantiruvchi to'liq huquqli didaktik vosita ekanligini ko'rsatdi. Kvadrat funksiya, tenglamalar sistemasi va parametrli funksiyalar oilasi misolida ko'rsatilgan amaliy yondashuv o'quvchiga nazariy bilimni amaliyot bilan bog'lash, natijani darhol vizual tekshirish va mustaqil izlanish orqali bilimni chuqur o'zlashtirish imkonini beradi.

Kelgusi tadqiqotlar uchun GeoGebra asosida sonlar nazariyasining boshqa bo'limlarini (tub sonlar taqsimoti, bo'linish algoritmlari, modul arifmetikasi) modellash, shuningdek turli ta'lim bosqichlarida (maktab, kollej, universitet) uning samaradorligini qiyosiy o'rganish istiqbolli yo'nalish bo'lib qolmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

- [1] Hohenwarter, M. (2002). GeoGebra – ein Softwaresystem für dynamische Geometrie und Algebra der Ebene. Diplomarbeit, Universität Salzburg.
- [2] Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27(3), University of Northampton, UK: BSRLM.
- [3] Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference, Pecs, Hungary.
- [4] Jarvis, D., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2011). Mathematical Modelling with and without GeoGebra: Teaching Experiences and Research from Canada, Austria and Hungary.
- [5] Thapa, V.K. (2019). Algebra with GeoGebra: Connecting Abstraction to Visualization. M.Ed. Thesis, Tribhuvan University, Nepal.
- [6] Effectiveness of Geogebra in teaching learning Geometry at secondary level (2019). Tribhuvan University, Nepal, elibrary.
- [7] Moukhliiss, M., Latifi, M., Ennassiri, B., Elmaroufi, A., & Abouhanifa, S. The Impact of GeoGebra on Algebraic Modeling Problem-Solving in Moroccan Middle School Students. Journal of Educational and Social Research.
- [8] Реализация компьютерной анимации в среде GeoGebra как средства повышения качества подготовки по алгебре учащихся 7-х классов. Вестник КГУ, vestnik.kspu.ru.
- [9] Prażmowski, K. (2016). Effectiveness of Using GeoGebra in Math Education – Report from Research. 3rd East-West Conference on Mathematics Education, Warsaw, Poland.
- [10] Application of GeoGebra for Teaching Mathematics (2025). Department of Mathematics Education, Padang State University, Indonesia, Zenodo.
- [11] Kuchkarova, A. (2023). Matematika darslarida GeoGebra dasturidan foydalanishning ahamiyati. Nizomiy nomidagi TDPU ilmiy jurnali, journals.nuu.uz.
- [12] Matematika fanini o'qitishda dasturiy vositalar imkoniyatlaridan foydalanish (2023). Ilmiy maqola, Zenodo.